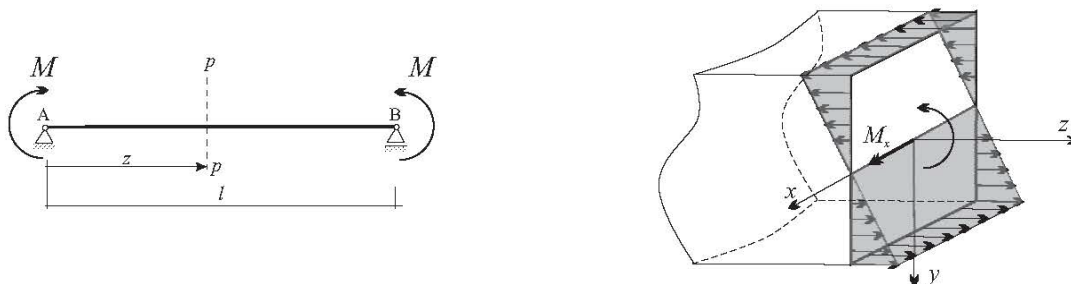


ČISTO PRAVO SAVIJANJE

Čisto pravo savijanje je takav vid naprezanja kod kojeg se unutrašnje sile svode na moment savijanja koji djeluje u jednoj glavnoj ravni, odnosno čiji vektor se nalazi ka jednoj od glavnih osa inercije poprečnog presjeka štapa.

Na narednoj skici je prikazan nosač (prosta greda) pravougaonog poprečnog presjeka koji je izložen dejstvu sprega momenata (M) koji djeluju oko glavne ose (x). Svaki poprečni presjek ovoga nosača je opterećen na pravo savijanje.



Komponentalni naponi

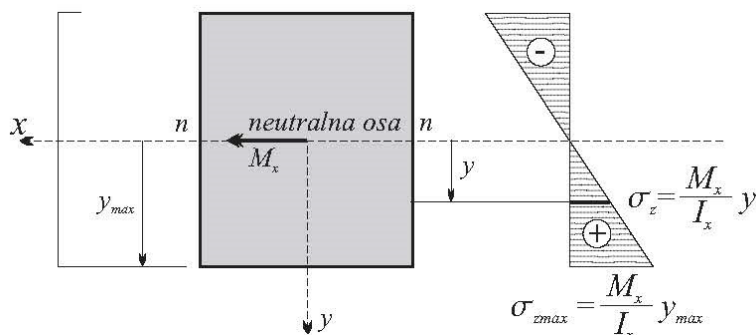
Na slici gore desno je aksonometrijski prikazana raspodjela normalnih napona (σ_z) po površini poprečnog presjeka. Dakle, u tačkama poprečnog presjeka koji je opterećen na pravo savijanje javljaju se samo **normalni naponi** (σ_z) koji se računaju prema sljedećoj formuli koja je poznata kao formula savijanja koju je definisao Luj Navier:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y$$

Na osnovu prikazane formule se vidi da su naponi proporcionalni intenzitetu napadnog momenta (M_x) i udaljenosti od takozvane neutralne ose (y), odnosno da su obrnuto proporcionalni aksijalnom momentu inercije (I_x). Maksimalni napon ($\sigma_{z, max}$) se javlja u najudaljenijim vlaknima (y_{max}). (W_x) je izvedena geometrijska karakteristika poprečnog presjeka koja se računa prema formuli niže a izražava u jedinici mjere (cm^3).

$$\sigma_{z, max} = \frac{M_x}{I_x} y_{max} = \frac{M_x}{W_x}$$

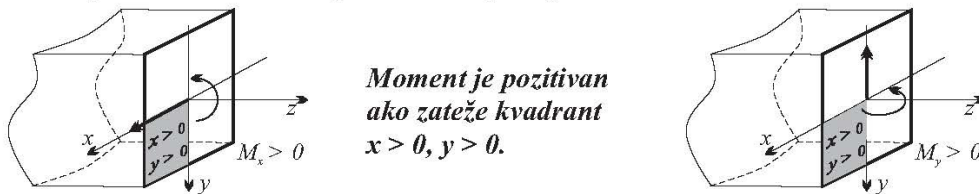
$$W_x \text{ otporni moment} \quad W_x = \frac{I_x}{y_{max}}$$



Ranije dati aksonometrijski prizaz normalnih napona nije uobičajen način prikazivanja normalnih napona u građevinarstvu. Najčešće se raspodjela normalnih napona prikazuje u ravni pomoću **dijagrama normalnih napona** (slika iznad).

Na slici je isprekidanom linijom naznačena **neutralna linija**. To je skup tačaka u kojima je normalni napon jednak nuli. Kod pravog savijanja neutralna linija, ili neutralna osa kako se često naziva, je jedna od dvije glavne ose na kojoj se nalazi napadni vektor momenta, odnosno osa oko koje napadni moment savija presjek. U konkretnom slučaju, presjek se savija oko ose (x), pa je osa (x) neutralna osa. Sa dijagrama vidimo da je gornja polovina presjeka pritisnuta (znak „-“, na dijagramu), dok je donja polovina presjeka zategnuta (znak „+“ na dijagramu).

Konvencija o znaku pri proračunu napona:



Kombinacijom pravog znaka momenta sa odgovarajućim znakom koordinate dobijamo stvarni znak napona.

U slučaju da je presjek izložen savijanju oko ose (y), važe sve gore definisane formule (potrebno je umjesto x svuda uvrstiti y), a neutralna osa je osa (y).

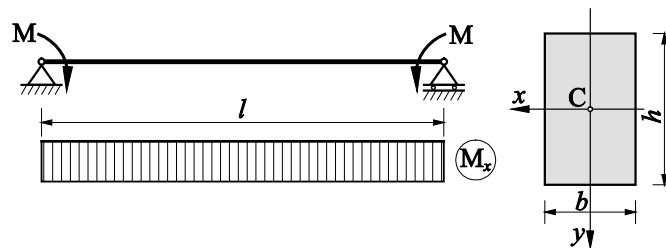
Dimenzionisanje pri čistom pravom savijanju:

Koristi se ranije definisani stav da vrijednost maksimalnog računskog normalnog napona ($\sigma_{z, max}$) ne smije da prekorači vrijednost dozvoljenog normalnog napona (σ_{doz}) koja je obično poznata i određuje se za različite materijale eksperimentalnim ispitivanjima.

$$\sigma_{zmax} = \frac{M_x}{I_x} y_{max} = \frac{M_x}{W_x} \leq \sigma_{doz} \quad \Rightarrow \quad (W_x)_{pot} \geq \frac{M_x}{\sigma_{doz}}$$

Primjer

Dimenzionisati drveni nosač sistema proste grede, koji je napregnut na čisto pravo savijanje momentom $M_x = 20kNm$, ako je dopušteni napon pri savijanju $\sigma_d = 10MPa$ a presjek pravougaoni sa odnosom strana $h/b = 2$



Rješenje

Potrebni otporni moment (W_x) dobijamo kao:

$$W_x \geq \frac{M_x}{\sigma_d} = \frac{20 \cdot 10^6}{10} = 2000 \cdot 10^3 mm^3 = 2000 cm^3$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}b^3$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{2000 \cdot 3}{2}} = 14.42 \text{ cm}, \text{ Usvojeno: } b = 15 \text{ cm}$$

$$h = 2b = 30 \text{ cm}$$

Usvojene dimenzije grede su **$b/h = 15/30 \text{ cm}$** . Za usvojene dimenzije ekstremni normalni naponi u gredi iznose:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{15 \cdot 30^2}{6} = 2250 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_{z(\max)} = \pm \frac{M_x}{W_x} = \pm \frac{20 \cdot 10^6}{2250 \cdot 10^3} = \pm 8.89 \text{ MPa} < \sigma_d$$

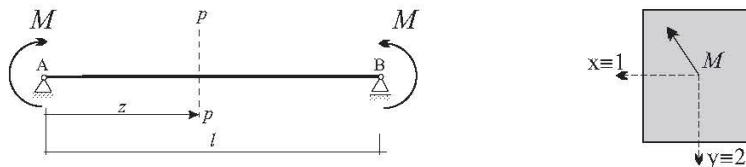
ČISTO KOSO SAVIJANJE

Kada se ravan savijanja ne poklapa ni sa jednom od glavnih ravni tada se javlja slučaj čistog kosog savijanja. Čisto koso savijanje se javlja i u slučaju istovremenog dejstva dva momenta savijanja koji djeluju u dvije glavne ravni. Oba slučaja se svode na isto, jer se moment, koji djeluje u kosoj ravni, uvijek može razložiti na dva momenta koji djeluju u dvijema glavnim ravnima, kao što se i dva momenta koja djeluju u dvije glavne ravni mogu složiti u jedan moment koji djeluje u kosoj ravni.

Dakle, čisto koso savijanje se rastavlja na dva čista prava.

Na narednoj skici je prizana prosta greka koja je opterećena spregom momenata (M) koji djeluju u ravni koja nije glavna ravan, odnosno čiji pravac se ne poklapa niti sa pravcem 1 niti sa pravcem 2.

Moment (M) ćemo projektovati na glavne prevce 1 i 2, koji se u konkretnom slučaju poklapaju sa pravcima x i y ($I=x$ i $2=y$ prema skici niže).



Pri čistom kosom savijanju javlja se samo normalni napon σ_z čiju vrednost dobijamo iz izraza:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x$$

β - ugao koji pravac vektora M zaklapa sa pozitivnim smerom glavne ose 1 (meren od momenta u smeru suprotnom kretanju kazaljke na satu).

$$M_x = M \cos\beta \quad M_y = M \sin\beta$$

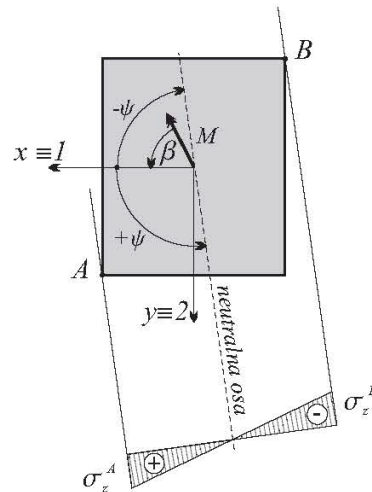
Izraz za napon kod čistog kosog savijanja

$$\sigma_z = M \left(\frac{\cos\beta}{I_x} y + \frac{\sin\beta}{I_y} x \right)$$

Neutralna osa se određuje iz uslova $\sigma_z = 0$.

$$\sigma_z = M \left(\frac{\cos\beta}{I_x} y + \frac{\sin\beta}{I_y} x \right) = 0 \Rightarrow y = -\frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg}\beta x$$

$$\operatorname{tg}\psi = -\frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg}\beta$$



U tačkama A i B, koje se dobijaju kao tačke u kojima pravci paralelni sa neutralnom osom tangiraju poprečni presek, javljaju se ekstremne vrednosti napona σ_z

$$\sigma_z^{A,B} = M \left(\frac{\cos\beta}{I_1} y_{A,B} + \frac{\sin\beta}{I_2} x_{A,B} \right)$$

LITERATURA

1. R. Pejović, Građevinska mehanika (II dio) – OTPORNOST, Građevinski fakultet Univerziteta Crne Gore, Podgorica, 2014.
2. R. Pejović, Otpornost materijala, Građevinski fakultet Univerziteta Crne Gore, Podgorica, 2015.
3. V. Brčić, Otpornost materijala, Građevinska knjiga, Beograd, 1989.
4. V. Lubarda, Otpornost materijala, Univerzitet „Veljko Vlahović“ u Titogradu, Titograd, 1989.